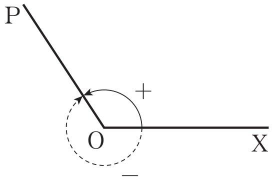
第18講　三角関数(1)

【基礎確認事項】

［1］　一般角と弧度法

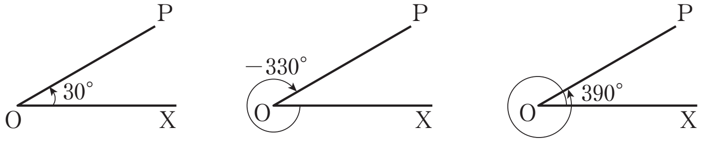


□右の図のような半直線OX，OPを考える．この図は，はじめOXの位置にあった半直線が点Oを中心に回転してOPの位置にきたと考えられる．このとき，OXを**始線**，OPを**動径**という．

□回転の向きは2つあり，反時計回りを**正の向き**，時計回りを**負の向き**という．

□正の向きに測った角の大きさを**正の角**（＋で表す），負の向きに測った角の大きさを**負の角**（−で表す）という．

例

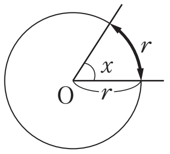


□上の例のように，始線と動径を与えても角の大きさの表現は1つに定まらない．このように「向き（正・負）」と「大きさ」で表した角を**一般角**という．

□ 360° 回転すると同じ位置に戻ることより，動径OPの表す1つの角をαとすると，その一般角θは

$\theta=\alpha+360°\times n$　($n=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots$)　と表すことができる．

□半径rの円において，この半径と同じ長さrの弧に対する中心角の大きさを$x°$とすると，



$x=\dfrac{180}{\pi}$(度)$=1$(rad)
↑
省略可

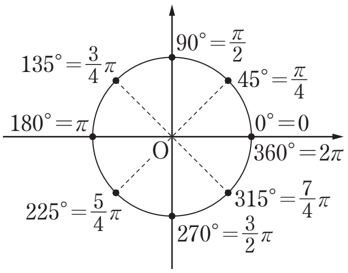
$2\pi r\times\dfrac{x}{360}=r$　より　$x=\dfrac{180}{\pi}$　である．

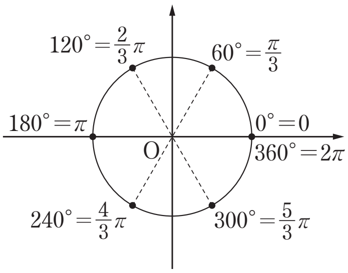
この結果は半径rによらないことがわかる．

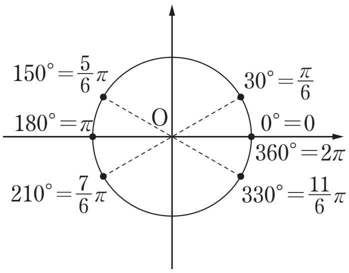
このxの大きさを**1ラジアン（rad）**と表す．

□つまり　$\dfrac{180}{\pi}$(度)$=1$(rad)　であり，180(度)$=\pi$(rad)である．

□ラジアンを単位とする角の表記を**弧度法**という．単位「ラジアン（rad）」は通常は省略する．



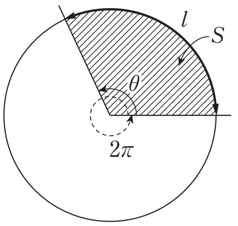




□以下，特に断りのない限り角度は弧度法で表記する．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。



□半径 r の円の円周の長さは $2\pi r$，円の面積は πr^2 である．
その一部である半径 r，中心角 θ の扇形の弧の長さ l および面積 S はその中心角に比例するから

$$l=2\pi r\times\frac{\theta}{2\pi}=r\theta \qquad S=\pi r^2\times\frac{\theta}{2\pi}=\frac{1}{2}r^2\theta$$

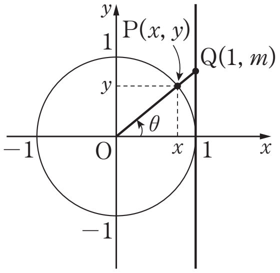
つまり $l=r\theta,\ S=\frac{1}{2}r^2\theta$ である．

⇒ C&U 1

［2］　三角関数

□三角比 $\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の θ が一般角になった場合も三角比と同様に考えることができる．

右図のように単位円（原点中心，半径１の円）において，x 軸の正の方向に始線をとり，一般角 θ の動径と円との交点を $\mathrm{P}(x,\ y)$，直線 $x=1$ との交点を $\mathrm{Q}(1,\ m)$ とすると



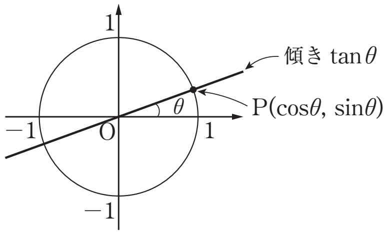
$$\sin\theta=y,\ \cos\theta=x,\ \tan\theta=\frac{y}{x}=m$$

と定義される．これらはすべて θ の関数であり，まとめて**三角関数**という．

※$\theta=\dfrac{\pi}{2}+n\pi$（$n$：整数）に関しては $\tan\theta$ は定義されない．

□つまり，単位円上の点 P は $\mathrm{P}(\cos\theta,\ \sin\theta)$ と表される．

□また，ある直線が x 軸の正の方向となす角を θ とすると，この直線の傾き m は $m=\tan\theta$ と表される．
これは三角比同様である．



□三角関数のとる値の範囲は

$$-1\leqq\sin\theta\leqq1,\ -1\leqq\cos\theta\leqq1\quad（\tan\theta\ は実数全体に値をとる）$$

である．

□また，三角比同様，三角関数についても次の相互関係が成り立つ．

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1,\ \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta},\ 1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$$

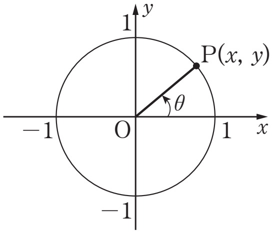
※これと $\sin\theta=y$，$\cos\theta=x$ から，単位円の方程式は　$x^2+y^2=1$ であるとわかる．「図形と方程式」（第21～24講）を既習ならば逆にこの方程式に $y=\sin\theta$，$x=\cos\theta$ を代入することで　相互関係の式 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ を導くことができる．

⇒ C&U 2 3 4 5

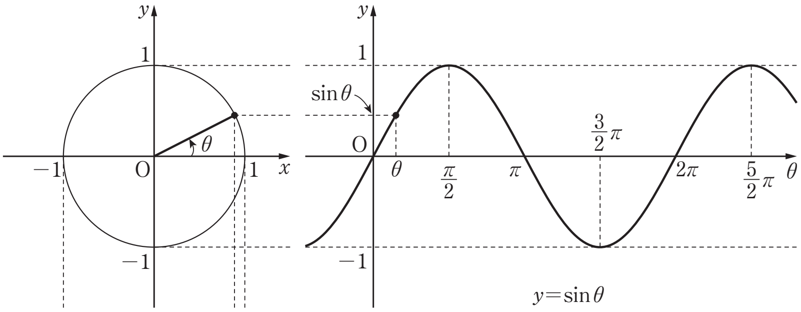
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

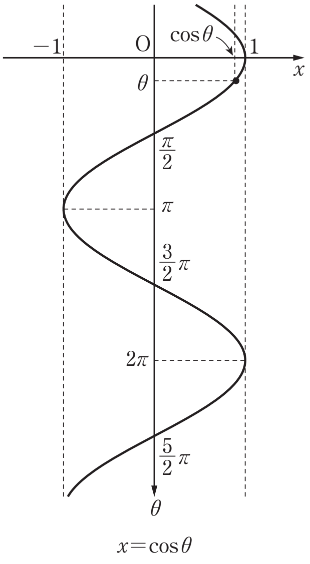
［3］　正弦関数・余弦関数のグラフと関数の性質

□［2］で触れたように，一般角 θ の動径と円との交点を P$(x,\ y)$ とすると，$y=\sin\theta$，$x=\cos\theta$ と表される．
したがって，$\sin\theta$，$\cos\theta$ の値の変化を見るには，
それぞれ P の y 座標，x 座標の変化を見ればよい．



□ θ のそれぞれの値に三角関数の値を対応させ，グラフをかく．



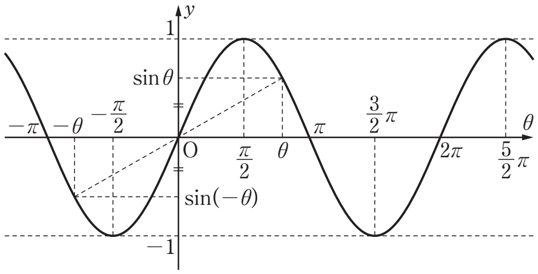


□動径は1回転，つまり角度 2π ごとに同じ位置にくるので，$2\pi\cdot n=2n\pi$（n は整数）ごとに同じ位置にくる．
すなわち

$$\sin(\theta+2n\pi)=\sin\theta \qquad \cos(\theta+2n\pi)=\cos\theta$$

が成り立つ．グラフで見ると，2π ごとに同じ形を繰り返す．このとき $\sin\theta$，$\cos\theta$ は 2π の**周期**をもつという．

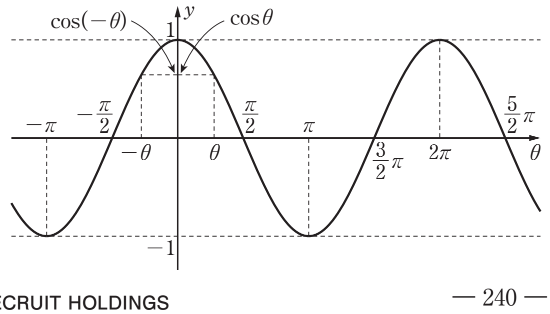
※ 2π が周期であるならば $2n\pi$ も周期となるため，単に周期というときは「正の周期のうち最小のもの」を指すことが多い．これを**基本周期**という．



□左のグラフより $y=\sin\theta$ のグラフは「原点対称」である．
よって

$$\sin(-\theta)=-\sin\theta$$

が成り立つ．



□左のグラフより $y=\cos\theta$ のグラフは「y 軸対称」である．
よって

$$\cos(-\theta)=\cos\theta$$

が成り立つ．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

※$f(-x)=f(x)$ が常に成り立つとき，この関数を**偶関数**といい，$f(-x)=-f(x)$ が常に成り立つとき，この関数を**奇関数**という．$\cos x$ は偶関数であり，$\sin x$ は奇関数である．

□三角比の公式　$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$，$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$　において，θ を $-\theta$ に換えると

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos(-\theta)=\cos\theta$，$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=\sin(-\theta)=-\sin\theta$　が得られる．

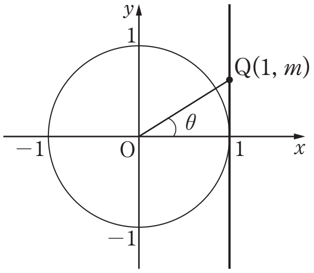
また同じく三角比の公式　$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$，$\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$　において，θ を $-\theta$ に換えると

$\sin(\pi+\theta)=\sin(-\theta)=-\sin\theta$，$\cos(\pi+\theta)=-\cos(-\theta)=-\cos\theta$　が得られる．

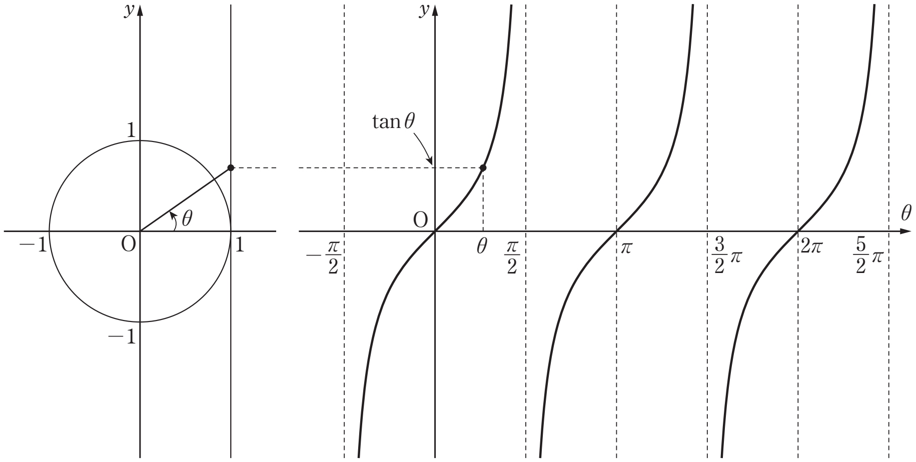
これらのことは，単位円において視覚的に確認できる．

［４］　正接関数のグラフと関数の性質

□［２］で触れたように，一般角 θ の動径と直線 $x=1$ との交点を $\mathrm{Q}(1,\ m)$ とすると，$m=\tan\theta$ と表される．
したがって，$\tan\theta$ の値の変化を見るには，Q の y 座標の変化を見ればよい．



□θ のそれぞれの値に関数の値を対応させ，グラフをかく．



$y=\tan\theta$

□グラフを見ると，π ごとに同じ形を繰り返す．つまり $\tan\theta$ の周期は π であり，
$\tan(\theta+n\pi)=\tan\theta$（$n$ は整数）が成り立つ．

□また，$y=\tan\theta$ のグラフは「原点対称」であることがわかる．よって　$\tan(-\theta)=-\tan\theta$ が成り立つ．

□$\tan\theta$ は $\theta=\dfrac{\pi}{2}+n\theta$（$n$ は整数）においては定義されない．$y=\tan\theta$ のグラフは θ の値を $\dfrac{\pi}{2}+n\pi$ に近づけると直線 $\theta=\dfrac{\pi}{2}+n\pi$ に限りなく近づく．これらの直線が $y=\tan\theta$ のグラフの漸近線である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

※漸近線（ぜんきんせん）とは，グラフが限りなく近づく直線である.

□［3］同様，$\tan\theta$ においても三角比の公式から新たな公式を導くことができ，単位円のグラフから視覚的にも確認できる.

□三角関数の性質をまとめると以下となる.

$$\begin{cases}\sin(\theta+2n\pi)=\sin\theta\\ \cos(\theta+2n\pi)=\cos\theta\\ \tan(\theta+n\pi)=\tan\theta\end{cases}\qquad \begin{cases}\sin(-\theta)=-\sin\theta\\ \cos(-\theta)=\cos\theta\\ \tan(-\theta)=-\tan\theta\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta\\ \cos(\pi+\theta)=-\cos\theta\\ \tan(\pi+\theta)=\tan\theta\end{cases}\qquad \begin{cases}\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta\\ \cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta\\ \tan\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=-\dfrac{1}{\tan\theta}\end{cases}$$

⇒　C&U 6

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

〈 Memo 〉

【CHECK & UP】

1 半径8，中心角 $\frac{3}{4}\pi$ の扇形の弧の長さおよび面積を求めよ．

2 $\theta=-\frac{2}{3}\pi$ のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ．

3 θ が第3象限の角で，$\sin\theta=-\frac{1}{3}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ．

4 $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の方程式を解け．

(1) $\sin\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$　(2) $\cos\theta=\frac{1}{2}$　(3) $\tan\theta=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

5 $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の不等式を解け．

(1) $\cos\theta\leqq\frac{1}{\sqrt{2}}$　(2) $\tan\theta\geqq-\sqrt{3}$

6 次の関数のグラフをかき，その周期を求めよ．

(1) $y=2\sin\theta$　(2) $y=\cos\frac{\theta}{2}$　(3) $y=\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 18 講　三角関数(1)

1　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け．

(1)　$\sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{1}{2}$

(2)　$\cos\left(2\theta + \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(3)　$\tan\left(\theta + \dfrac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{3}$

(4)　$5\cos\theta - 2\sin^2\theta + 4 > 0$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 (1) 関数 $y=3\cos\left(2\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)$ の周期を求めよ．また，グラフをかけ．

(2) 方程式 $\sin\left(2x-\dfrac{2}{3}\pi\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ が $0\leqq x\leqq 2\pi$ の範囲にもつ解の個数を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　$\frac{\pi}{4} \leqq \theta \leqq \frac{2}{3}\pi$ のとき，次の関数の最大値，最小値を求めよ．

(1)　$y = 2\sin\theta - 1$

(2)　$y = \sin^2\theta - 2\cos\theta - 1$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　三角関数(1)

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の問いに答えよ．

(1)　$\sin\left(2\theta + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値は，$\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$，$\dfrac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}\pi$，$\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{ア}}}\pi$，$\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{エオ}}}\pi$

である．（$\boxed{\text{イウ}}$，$\boxed{\text{キク}}$ は順序を問わない．）

(2)　$2\sin^2\theta - 3\sqrt{2}\cos\theta + 2 > 0$ を満たす θ の値の範囲は $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}} < \theta < \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\pi$ である．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　三角関数(1)

【CHECK & UP】

1 弧の長さは　$8\cdot\frac{3}{4}\pi=\boldsymbol{6\pi}$

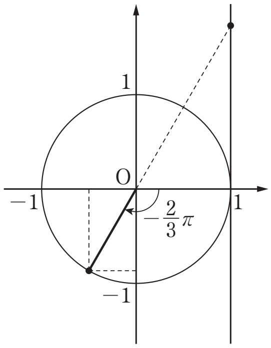
面積は　$\frac{1}{2}\cdot 8^2\cdot\frac{3}{4}\pi=\boldsymbol{24\pi}$

半径 r，中心角 θ の扇形の弧の長さおよび面積の公式については，使用頻度は数学Ⅱではさほど多くない．しかし，ラジアン表記された問題では確実に使えるようにしたい．

2 $\sin\left(-\frac{2}{3}\pi\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right)=-\frac{1}{2}$

$\tan\left(-\frac{2}{3}\pi\right)=\sqrt{3}$



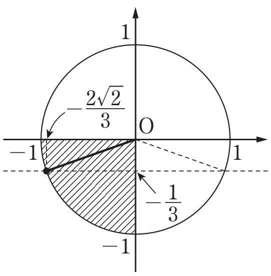
有名角に対する三角比の値が練習済みであれば，三角関数も出てくる値は変わらない．$180°=\pi$ を基本とするラジアン表記，および角度の符号に対する慣れにより，違和感なく単位円に落とし込むことができるであろう．ただし，象限による三角関数それぞれの「符号」に注意．

3 $\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ のとき，$\sin\theta=-\frac{1}{3}$ より

$\cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\sqrt{1-\frac{1}{9}}$

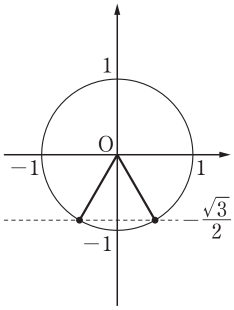
$=\boldsymbol{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}$

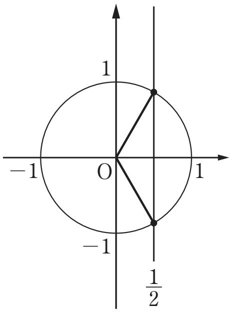
$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-1}{-2\sqrt{2}}=\boldsymbol{\frac{1}{2\sqrt{2}}}$

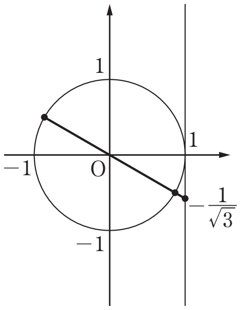


「鋭角」や「鈍角」と異なり，「象限」は角度を決定づけるものではない．単位円における「場所」を意識し，それによる三角関数の「符号」を強く意識すること．また，三角関数の値についても三角比よりさらに意識する必要がある．今回であれば $-\frac{1}{3}$ という sin の値である．

4 (1)　$\boldsymbol{\theta=\frac{4}{3}\pi,\ \frac{5}{3}\pi}$　　(2)　$\boldsymbol{\theta=\frac{\pi}{3},\ \frac{5}{3}\pi}$　　(3)　$\boldsymbol{\theta=\frac{5}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi}$



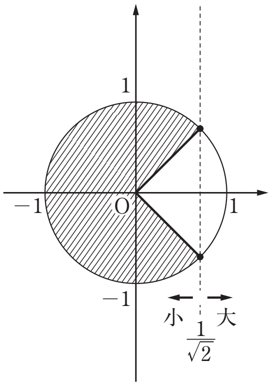


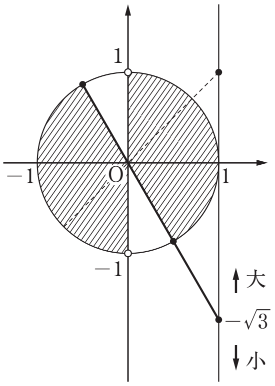


「$0\leqq\theta<2\pi$」という範囲において，三角関数の値「1つ」に対し，それに対応する角度が「2つ」出てくる問題である．もちろん考える範囲や与えられる三角関数の値が変われば，出てくる角度の個数も変わる．ときに角度が3個以上になったり1個や0個になったりするので注意．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

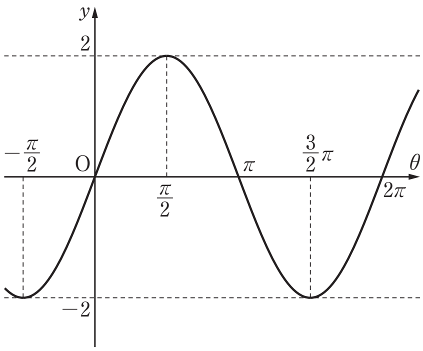
5 (1) $\dfrac{\pi}{4} \leqq \theta \leqq \dfrac{7}{4}\pi$　　(2) $0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{2}{3}\pi \leqq \theta < \dfrac{3}{2}\pi,\ \dfrac{5}{3}\pi \leqq \theta < 2\pi$





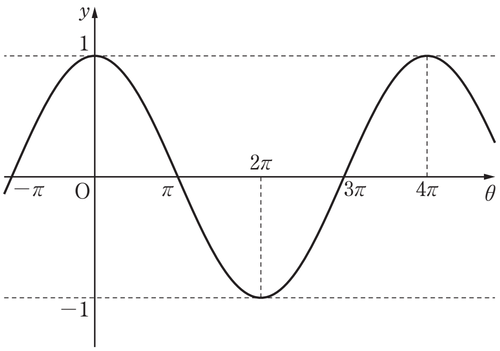
不等式においては方程式と異なり，三角関数の値がある値を境に大きくなる，または小さくなるという「動き」を捉える必要がある．それにより対応する角度がとり得る範囲を定めなければならない．やはり単位円が役に立つであろう．三角関数の値の動きに応じて，同時に2つの角度が含まれていくことに注意を払わねばならない. 特に tan は $\frac{\pi}{2}$，$\frac{3}{2}\pi$ といった角度が含まれないことに細心の注意を払うこと.

6 (1)



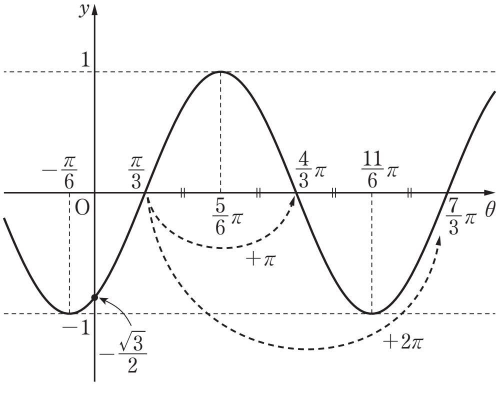
周期 2π

(2)



周期 4π

(3)



周期 2π

まず,「グラフをかく」とき意識すべきは「定義域」である.今回は定義域が指定されていないため自由に範囲を設定できる．ただし三角関数の周期性を考えると，最低でも1周期分はかいておきたい．そしてプロットする角度として,「最大」,「最小」,「θ 軸とグラフがぶつかるところ」を押さえておこう.

(1)は sin の値に対し「2倍」する問題．$y=\sin\theta$ のグラフと比較して「y 軸方向に2倍伸びる」.

(2)は角度が「$\frac{\theta}{2}$」．よって θ に入れた角度が「$\times\frac{1}{2}$」されてしまう．よって例えば $\theta=2\pi$ であっても $\frac{\theta}{2}=\pi$ となってしまう．したがって同じ動きをするところに戻ってくるためには θ が「2倍必要」. つまり「周期」が「2倍」される.

(3)は角度 θ から $\frac{\pi}{3}$ が引かれているので，$y=\sin\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\frac{\pi}{3}$ 平行移動したものとなる．$y=\sin\theta$ でプロットした角度すべてに $\frac{\pi}{3}$ を加えてもよいが，ここは「周期性」を利用したい．この周期性をつかむことで，変域によってグラフを2周期分，3周期分と描く必要があるときに役に立つ．また，切片の値を出すことも今後につながる．$\theta=0$ のときの値は $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　よって $\theta=2\pi$ のときの値も同様である.

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 18 講　三角関数(1)

1　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け.

(1)　$\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{1}{2}$　　(2)　$\cos\left(2\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(3)　$\tan\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{3}$　　(4)　$5\cos\theta-2\sin^2\theta+4>0$

(1)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ より　$-\dfrac{\pi}{3} \leqq \theta-\dfrac{\pi}{3} < \dfrac{5}{3}\pi$

よって　$\theta-\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{7}{6}\pi$　　したがって　$\boldsymbol{\theta=\dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{3}{2}\pi}$

(2)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ より　$0 \leqq 2\theta < 4\pi$　　つまり　$\dfrac{\pi}{6} \leqq 2\theta+\dfrac{\pi}{6} < \dfrac{25}{6}\pi$

よって　$2\theta+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{7}{4}\pi,\ \dfrac{9}{4}\pi,\ \dfrac{15}{4}\pi$　　したがって　$\boldsymbol{\theta=\dfrac{\pi}{24},\ \dfrac{19}{24}\pi,\ \dfrac{25}{24}\pi,\ \dfrac{43}{24}\pi}$

(3)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ より　$\dfrac{\pi}{4} \leqq \theta+\dfrac{\pi}{4} < \dfrac{9}{4}\pi$

よって　$\theta+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{2}{3}\pi,\ \dfrac{5}{3}\pi$　　$-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ であるから　$\boldsymbol{\theta=\dfrac{5}{12}\pi,\ \dfrac{17}{12}\pi}$

(4)　$5\cos\theta-2\sin^2\theta+4>0$

$5\cos\theta-2(1-\cos^2\theta)+4>0$

$2\cos^2\theta+5\cos\theta+2>0$

$(2\cos\theta+1)(\cos\theta+2)>0$

$\cos\theta<-2,\ -\dfrac{1}{2}<\cos\theta$　　したがって　$\boldsymbol{0 \leqq \theta < \dfrac{2}{3}\pi,\ \dfrac{4}{3}\pi < \theta < 2\pi}$

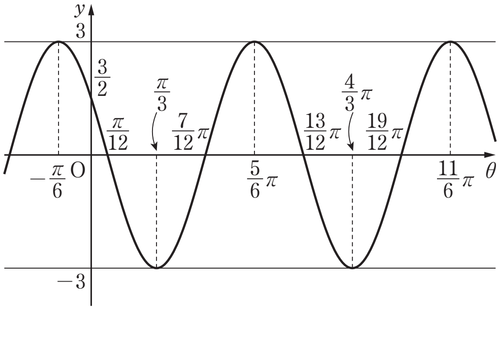
2　(1)　関数 $y=3\cos\left(2\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)$ の周期を求めよ．また，グラフをかけ.

(2)　方程式 $\sin\left(2x-\dfrac{2}{3}\pi\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ が $0 \leqq x \leqq 2\pi$ の範囲にもつ解の個数を求めよ.

(1)　$y=3\cos\left(2\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)=3\cos 2\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)$　　周期　$2\pi\cdot\dfrac{1}{2}=\boldsymbol{\pi}$

このグラフは，$y=\cos\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍に縮小，y 軸方向に 3 倍に拡大し，θ 軸方向に $-\dfrac{\pi}{6}$ だけ平行移動したものである.

よってグラフは右図.



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

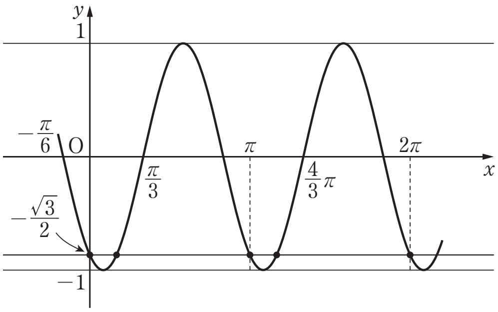
(2)　$y=\sin\left(2x-\dfrac{2}{3}\pi\right)=\sin 2\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$　（周期　π）

のグラフは右図．このグラフと直線

$y=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の交点のうち，$0\leqq x\leqq 2\pi$

にあるものの個数が求める解の個数である．

よって　**5個**.



3　$\dfrac{\pi}{4}\leqq\theta\leqq\dfrac{2}{3}\pi$ のとき，次の関数の最大値，最小値を求めよ． (1)　$y=2\sin\theta-1$ (2)　$y=\sin^2\theta-2\cos\theta-1$

(1)　$\dfrac{\pi}{4}\leqq\theta\leqq\dfrac{2}{3}\pi$ より　$\dfrac{1}{\sqrt{2}}\leqq\sin\theta\leqq 1$　　$\sqrt{2}\leqq 2\sin\theta\leqq 2$

よって　$-1+\sqrt{2}\leqq 2\sin\theta-1\leqq 1$　つまり　$-1+\sqrt{2}\leqq y\leqq 1$

したがって　**最大値　1**　　**最小値　$-1+\sqrt{2}$**

(2)　$y=\sin^2\theta-2\cos\theta-1$

$=1-\cos^2\theta-2\cos\theta-1$

$=-\cos^2\theta-2\cos\theta$

$\cos\theta=t$ とおくと，$\dfrac{\pi}{4}\leqq\theta\leqq\dfrac{2}{3}\pi$ より　$-\dfrac{1}{2}\leqq\cos\theta\leqq\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　つまり　$-\dfrac{1}{2}\leqq t\leqq\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

このとき　$y=-t^2-2t=-(t+1)^2+1$　より

$t=-\dfrac{1}{2}$ のとき　**最大値　$\dfrac{3}{4}$**　　$t=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ のとき　**最小値　$-\dfrac{1}{2}-\sqrt{2}$**

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 18 講　三角関数(1)

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の問いに答えよ．

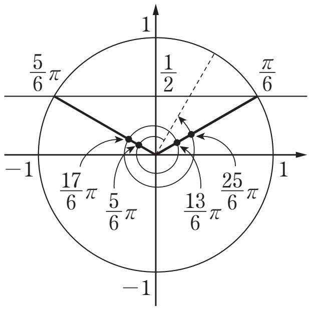
(1)　$\sin\left(2\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値は，$\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{ア}}$，$\dfrac{\boxed{イウ}}{\boxed{エオ}}\pi$，$\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{ア}}\pi$，$\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{エオ}}\pi$ である．（$\boxed{イウ}$，$\boxed{キク}$ は順序を問わない．）

(2)　$2\sin^2\theta-3\sqrt{2}\cos\theta+2>0$ を満たす θ の値の範囲は $\dfrac{\pi}{\boxed{ケ}}<\theta<\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\pi$ である．

(1)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ より　$\dfrac{\pi}{3} \leqq 2\theta+\dfrac{\pi}{3} < \dfrac{13}{3}\pi$

よって　$2\theta+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{5}{6}\pi,\ \dfrac{13}{6}\pi,\ \dfrac{17}{6}\pi,\ \dfrac{25}{6}\pi$

したがって　$\theta=\dfrac{\pi}{\mathbf{4}},\ \dfrac{\mathbf{11}}{\mathbf{12}}\pi,\ \dfrac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}}\pi,\ \dfrac{\mathbf{23}}{\mathbf{12}}\pi$



(2)　$2\sin^2\theta-3\sqrt{2}\cos\theta+2>0$ より

$2(1-\cos^2\theta)-3\sqrt{2}\cos\theta+2>0$

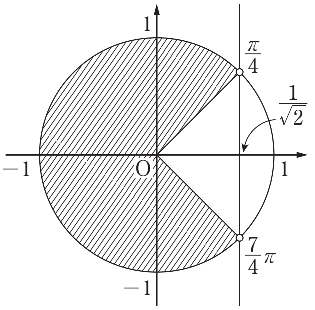
$2\cos^2\theta+3\sqrt{2}\cos\theta-4<0$

$(2\cos\theta-\sqrt{2})(\cos\theta+2\sqrt{2})<0$

$-2\sqrt{2}<\cos\theta<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

つまり　$-1 \leqq \cos\theta < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

よって　$\dfrac{\pi}{\mathbf{4}}<\theta<\dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{4}}\pi$



ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。